# [Home page](index.htm)

**[Classe quinta](classe%20quinta.htm)**

**[Analisi](analisi.htm)**

**Prova semistrutturata**

**(diciannovesima serie)**

1. **Il dominio della funzione  è**
* 
* 
* ****
* ****

**2) Il prodotto di una funzione pari e di una funzione dispari**

* **è simmetrica rispetto all’asse delle ordinate**
* **è simmetrica rispetto all’asse delle ascisse**
* **è simmetrica rispetto all’origine degli assi cartesiani**
* **non è simmetrica**

**3) Una funzione è monotona non crescente** **quando si verifica che**

* 
* 
* 
* 

**4) La funzione** $f$ **ha in  un punto di cuspide se i due limiti destro e sinistro del rapporto incrementale**

* **esistono entrambi finiti, ma assumono valori diversi**
* **sono infiniti di segno opposto**
* **sono infiniti dello stesso segno**
* **esistono entrambi finiti, ma assumono valori uguali**
1. **Determinare l’equazione dell’asintoto obliquo della funzione** $f(x)=\frac{3x^{2}}{x-1}$
2. **Calcolare e classificare il punto di flesso della funzione** 
3. **Calcolare, applicando la definizione di derivata,  sapendo che **

**SOLUZIONI**

1. **Il dominio della funzione  è ……**

***Il grafico della funzione è una semicirconferenza situata nel primo e secondo quadrante, avente centro nell’origine degli assi cartesiani e raggio 3, pertanto il dominio è l’insieme di tutti i valori interni da*** $-3$ ***a*** $+3$***, compresi gli estremi, cioè*** $\left[-3;+3\right]$***. Inoltre, si ricorda che la funzione data è algebrica irrazionale di indice pari, pertanto, il campo di esistenza è dato ponendo il radicando maggiore o uguale a zero, cioè*** $9-x^{2}\geq 0\rightarrow x^{2}-9\leq 0\rightarrow -3\leq x\leq 3$***.***

**2) Il prodotto di una funzione pari e di una funzione dispari**

***E‘ una funzione dispari, pertanto, è simmetrica rispetto all’origine degli assi cartesiani. Ad esempio, se si considerano le due funzioni*** $f\left(x\right)= x^{2} $***e*** $ g\left(x\right)=x^{3}$ ***e si calcola il prodotto delle due funzioni si ottiene*** $f\left(x\right)×g\left(x\right)=x^{2}×x^{3}=x^{5}$***, dove si evince che la funzione prodotto è dispari, infatti si verifica che*** $h\left(x\right)=x^{5}=-\left(-x^{5}\right)=-h\left(-x\right).$

**3) Una funzione è monotona non crescente** **quando si verifica che**

$∀ x\_{1},x\_{2}\in R x\_{1}<x\_{2}\rightarrow f( x\_{1})\geq f(x\_{2})$*,*

***cioè è una funzione che presenta un grafico decrescente in un certo intervallo e costante in un altro.***

**4) La funzione** $f$ **ha in  un punto di cuspide se i due limiti destro e sinistro del rapporto incrementale**

***sono infiniti di segno opposto.***

***Ad esempio la funzione*** $f\left(x\right)=\sqrt{\left|x\right|}=\left\{\begin{array}{c}\sqrt{x}\\\sqrt{-x}\end{array}\right.\begin{matrix}se x\geq 0\\se x <0\end{matrix}$

 ***nell’origine degli assi cartesiani presenta un punto di non derivabilità cuspidale.***

******

1. **Determinare l’equazione dell’asintoto obliquo della funzione** $f(x)=\frac{3x^{2}}{x-1}$

***Sapendo che l’equazione di una retta inclinata è del tipo*** $y=mx+n$ ***, si calcola il coefficiente angolare*** $m$***, mediante la regola***

$$m=lim\_{x\rightarrow \infty }\frac{f(x)}{x}$$

***Quindi, in particolare si ha***

$$m=lim\_{x\rightarrow \infty }\frac{3x^{2}}{x^{2}-1}=\frac{\infty }{\infty }$$

***forma d’indecisione, quindi, per poter calcolare il limite, si può applicare il Teorema di De L’Hôpital, pertanto, si ottiene***

$$m=lim\_{x\rightarrow \infty }\frac{3x^{2}}{x^{2}-1}=^{H}lim\_{x\rightarrow \infty }\frac{6x}{2x}=3$$

***Adesso, si calcola l’intercetta*** $n$ ***della retta inclinata, mediante la regola***

$$n=lim\_{x\rightarrow \infty }\left[f\left(x\right)-mx\right]$$

$$n=lim\_{x\rightarrow \infty }\left[\frac{3x^{2}}{x-1}-3x\right]=lim\_{x\rightarrow \infty }\frac{3x^{2}-3x^{2}+3x}{x-1}=lim\_{x\rightarrow \infty }\frac{3x}{x-1}=\frac{\infty }{\infty }$$

***forma d’indecisione, quindi, per poter calcolare il limite, si può applicare il Teorema di De L’Hôpital, cioè***

$$n=lim\_{x\rightarrow \infty }\frac{3x}{x-1}=^{H}lim\_{x\rightarrow \infty }\frac{3}{1}=3$$

***Pertanto, la funzione data ha un asintoto obliquo di equazione*** $y=3x+3$

1. **Calcolare e classificare il punto di flesso della funzione** 

***Condizione necessaria affinché una funzione presenta un punto di flesso è l’annullarsi della derivata seconda, pertanto, dopo aver calcolato sia la derivata prima sia la derivata seconda della funzione, si ha che la derivata seconda si annulla per*** $x=0$***, infatti***

** ***si pone*** **

***Condizione sufficiente affinché una funzione presenta un punto di flesso è che nell’intorno del punto abbia un cambio di concavità, pertanto, osservando che per valori maggiori di zero la derivata seconda è positiva, quindi la funzione è concava verso l’alto, mentre per valori minori di zero la derivata seconda è negativa, quindi la funzione data è concava verso il basso, allora si può affermare che nell’intorno di zero la derivata seconda cambia di segno, e poiché***

$$per x=0 si ha f\left(0\right)= 0$$

***la funzione presenta un punto di flesso nell’origine degli assi cartesiani, inoltre***

$per x=0 si ha f^{'}\left(0\right)= -6$ ***(coefficiente angolare della retta tangente)***

***quindi è un flesso discendente a tangente obliqua.***

1. **Calcolare, applicando la definizione di derivata,  sapendo che **

***La derivata della funzione*** $f$ ***nel suo punto di ascissa*** $x\_{0}$ ***è il limite, se esiste ed è finito, del rapporto incrementale della funzione al tendere a zero dell’incremento*** $h$ ***della variabile, ossia***

****

***Pertanto, si ha***





***Quindi, sostituendo nel limite, si ottiene***

****

***Cioè***

****

**Per verificare la correttezza del risultato si può calcolare la derivata prima della funzione nel punto di ascissa 4 , mediante le regole di derivazione, cioè**

** .**