RETTA TANGENTE ALLA PARABOLA

Esercizio svolto n°1

Determinare l'equazione della retta t tangente alla parabola γ di equazione $y = x^2 - 8x + 12$ nel punto $T(1;5)$. Tracciare i grafici.

Primo metodo

Per determinare l'equazione della retta tangente t si può mettere a sistema l'equazione della parabola con l'equazione del fascio proprio di centro $T(1;5)$ ed imporre *la condizione di tangenza* cioè $\Delta = 0$:

$$\begin{cases} y = x^2 - 8x + 12 \\ y - 5 = m(x-1) \\ \Delta = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 8x + 12 \\ y = mx - m + 5 \\ \Delta = 0 \end{cases}$$

Applicando il metodo del confronto si ottiene:

$$x^2 - 8x + 12 = mx - m + 5$$

Ordinando si ha:

$$x^2 - (m+8)x + m + 7 = 0$$

Imponendo *la condizione di tangenza* cioè $\Delta = 0$ si ottiene:

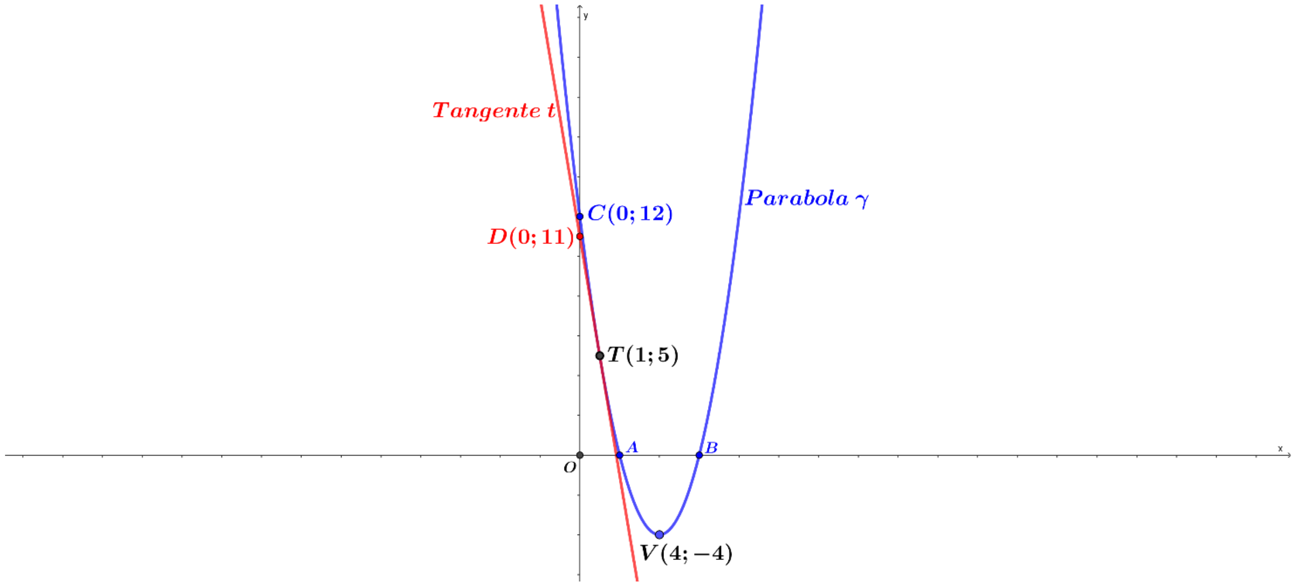
$$\Delta = b^2 - 4ac = [-(m+8)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m+7) = 0$$

Svolgendo i calcoli si ha:

$$m^2 + 12m + 36 = 0$$

Da cui si ricava che $m = -6$ (contata due volte) pertanto, avendo trovato il coefficiente angolare della retta tangente, si sostituisce il valore di m nell'equazione del fascio proprio e si ottiene l'equazione della retta tangente t alla parabola γ nel punto T, cioè $y = -6x + 11$

Graficamente si ha:



Secondo metodo

Per determinare l'equazione della retta tangente t si può applicare la regola dello *sdoppiamento*, cioè si utilizza la seguente equazione:

$$\frac{y+y_0}{2}=axx_0+b\frac{x+x_0}{2}+c$$

dove x_0 e y_0 sono le coordinate del punto di tangenza T mentre a , b , c sono i coefficienti dell'equazione della parabola.

Pertanto, sapendo che $a=1$, $b=-8$ e $c=12$ ed inoltre che $x_0=1$ e $y_0=5$ si sostituiscono a posto delle lettere i numeri nell'equazione suddetta, cioè:

$$\frac{y+5}{2}=x-8\cdot\frac{x+1}{2}+12$$

Osservando che il minimo comune multiplo dei denominatori è 2, moltiplicando tutti i monomi dell'equazione $\times$ 2 si ottiene:

$$y+5=2x-8x-8+24$$

Svolgendo i calcoli ed esplicitando rispetto alla variabile y si ha:

$$y=-6x+11$$

equazione della retta tangente t alla parabola γ nel punto T.