[**Home page**](../index.htm)

[**Trigonometria**](../trigonometria.htm)

**IL TEOREMA DEI SENI**

**Enunciato**

In un triangolo qualunque il rapporto tra la lunghezza di un lato ed il seno dell’angolo opposto è costante ed è uguale al doppio della lunghezza del raggio della circonferenza circoscritta.

Si disegna il triangolo ABC inscritto nella circonferenza C



Pertanto, ha senso scrivere

$$\frac{a}{senα}=\frac{b}{senβ}=\frac{c}{senγ}=2r$$

**Dimostrazione**

Si osserva che ogni lato del triangolo è una corda della circonferenza circoscritta, quindi applicando il teorema della corda **(la misura di una corda in una circonferenza è uguale al prodotto della misura del diametro per il seno di uno degli angoli alla circonferenza, che insistono su uno degli archi sottesi della corda),** pertanto si ha

$$a=2rsenα , b=2rsenβ , c=2rsenγ$$

Se da ogni relazione suddetta si ricava la misura del diametro si dimostra il teorema dei seni.

$$\frac{a}{senα}=2r , \frac{b}{senβ}=2r , \frac{c}{senγ}=2r$$

**Esercizio**

***In un triangolo un lato misura 10cm ed il coseno dell’angolo acuto ad esso opposto misura 12/13 cm , determinare il raggio della circonferenza circoscritta.***

**Sapendo che**

$$cosα=\frac{12}{13}$$

**Si calcola**

$$cos^{2}α=\frac{144}{169}$$

**E applicando la prima relazione fondamentale della goniometria**

$$cos^{2}α+sen^{2}α=1$$

**Si calcola il valore del seno dell’angolo**

$$sen^{2}α=1-cos^{2}α=1-\frac{144}{169}=\frac{169-144}{169}=\frac{25}{169}$$

**Pertanto**

$$senα=\pm \sqrt{\frac{25}{169}=\pm }\frac{5}{13}$$

**Escludendo il valore negativo si ottiene**

$$senα=\frac{5}{13}$$

**Applicando il teorema dei seni ha senso scrivere**

$$\frac{a}{senα}=2r\rightarrow r=\frac{a}{2senα}$$

**Sostituendo i valori si ha**

$$r=\frac{10}{2}×\frac{13}{5}=13cm$$