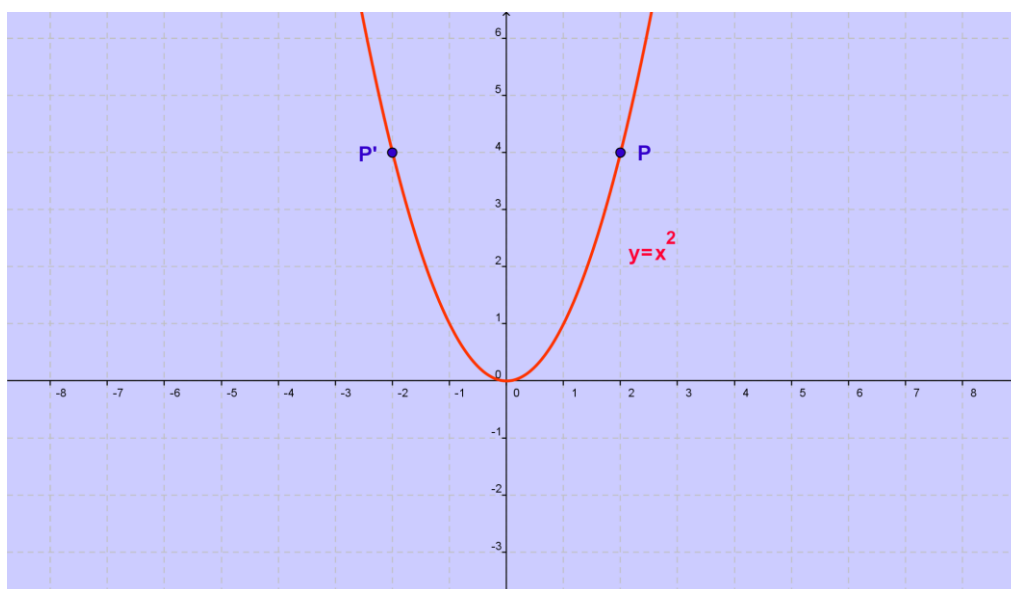
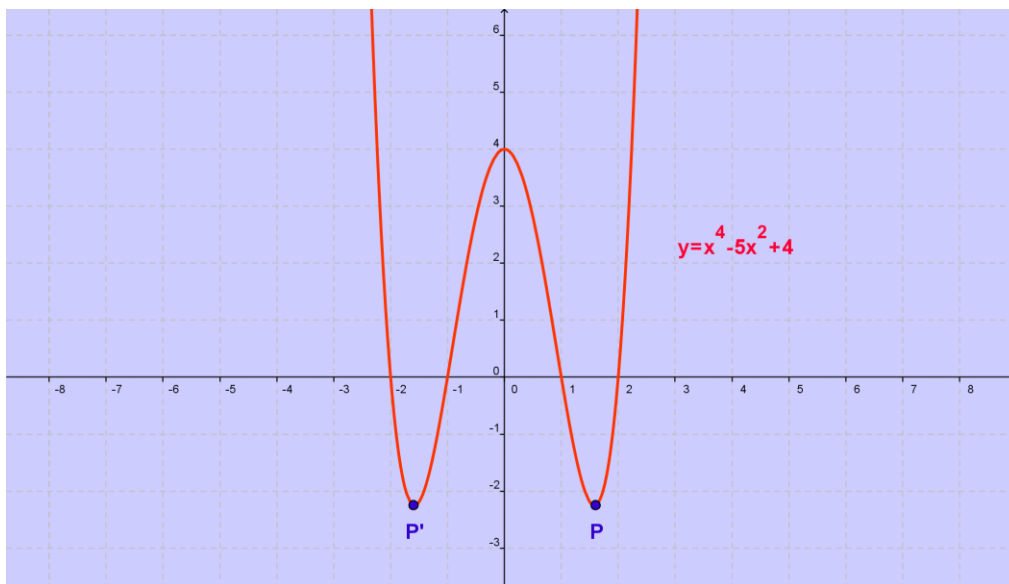


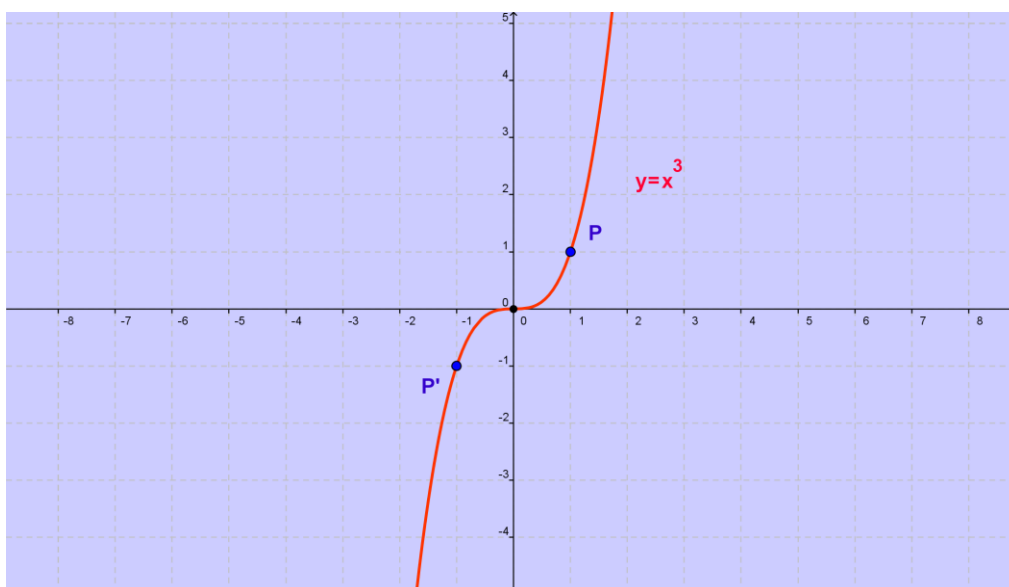
Le simmetrie sono particolari trasformazioni geometriche dei punti di un piano e mantengono inalterate le distanze e le forme delle figure, pertanto, le simmetrie appartengono alla famiglia delle isometrie. Un punto importante nello studio analitico di una funzione è individuare se il relativo grafico presenta eventuali simmetrie. Infatti se si determina che una curva è simmetrica allora è possibile ridurre lo studio della funzione del cinquanta per cento. In generale le simmetrie possono essere del tipo assiale (cioè rispetto ad una retta) o puntuale (cioè rispetto ad un punto). Se il grafico della curva presenta una simmetria rispetto all'asse delle ordinate allora la funzione si definisce pari, algebricamente si verifica la seguente proprietà: $f(x) = f(-x) \forall x \in \text{C.E.}$ (per ogni x appartenente al campo di esistenza). Quando una funzione è pari è sufficiente studiarla nel semiasse positivo delle ascisse, per poi ribaltare il grafico nel semiasse negativo, facendo corrispondere ad ascisse opposte la stessa immagine (ordinata). Un esempio di funzione pari è la parabola di equazione: $y = x^2$, graficamente si ha:



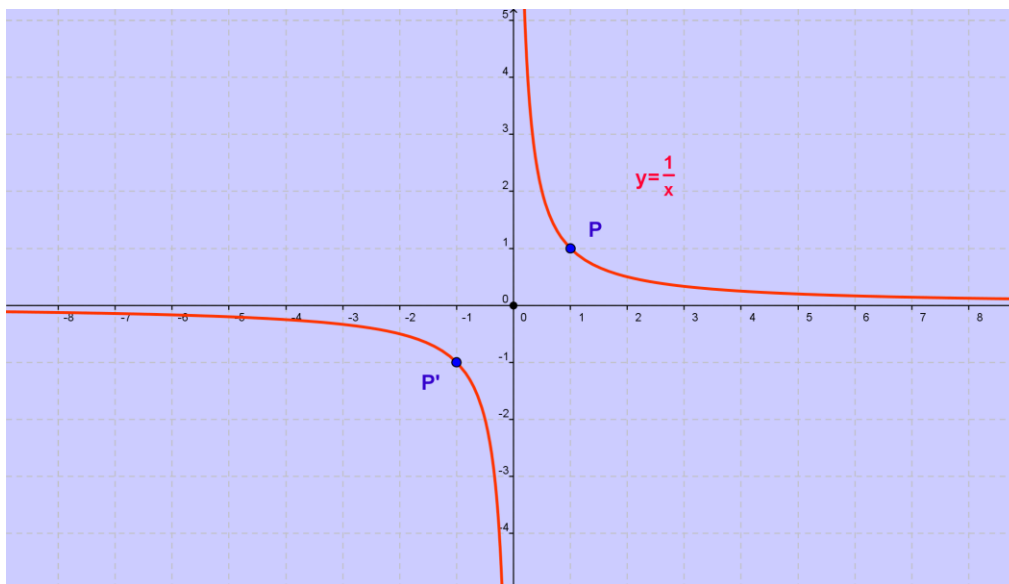
Un altro esempio di funzione pari è la funzione biquadratica, la cui equazione canonica è $y = ax^4 + bx^2 + c$, ponendo $a = 1$, $b = -5$ e $c = 4$, graficamente si ottiene:



Invece una funzione si dice dispari quando è simmetrica rispetto all'origine degli assi cartesiani, ossia algebricamente si verifica la seguente proprietà: $f(x) = -f(-x) \forall x \in \text{C.E.}$. Quando una funzione è dispari è sufficiente studiarla nel semiasse positivo delle ascisse, per poi ruotare il grafico di un angolo piatto nel semiasse negativo, facendo corrispondere ad ascisse opposte, immagini opposte. Un esempio di funzione dispari è la parabola cubica di equazione: $y = x^3$, graficamente si ha:

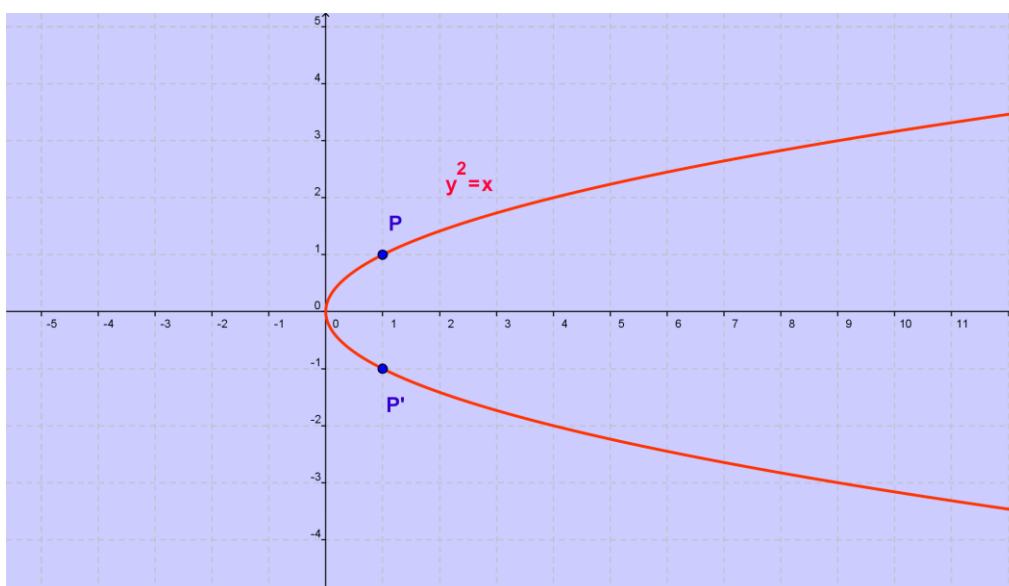


Un altro esempio di funzione dispari è la funzione iperbole equilatera, la cui equazione canonica è $y = \frac{k}{x}$, ponendo $k = 1$, graficamente si ottiene:



E' importante osservare che se un grafico presenta una simmetria assiale rispetto all'asse delle ascisse allora il disegno della curva non può essere associato all'equazione di una funzione, perché in corrispondenza di una ascissa del grafico avremmo due ordinate e ciò andrebbe in contrapposizione con la definizione analitica di funzione, che è una legge che associa ad un valore della variabile x uno ed un solo valore della variabile y .

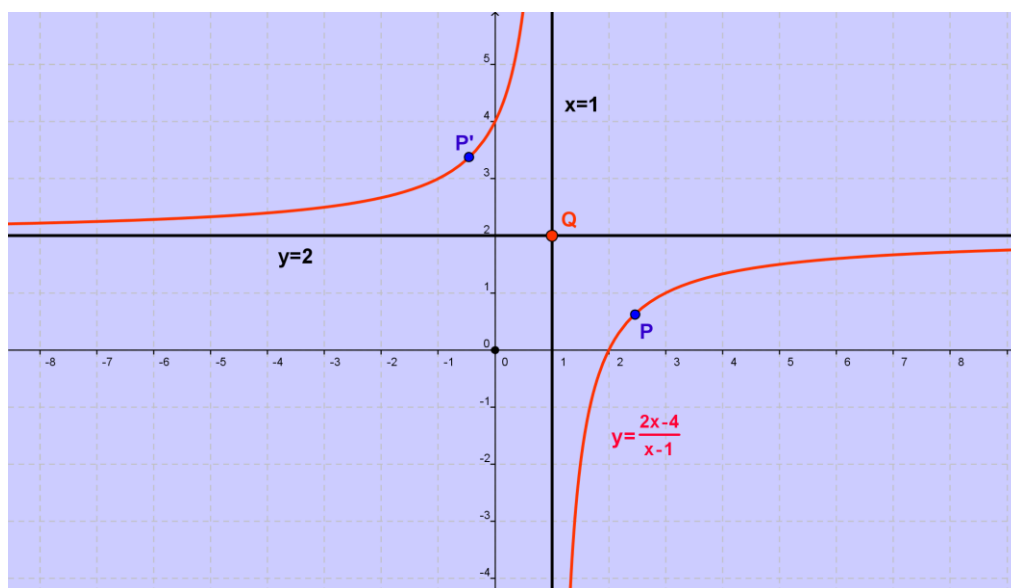
Un esempio di non funzione è la parabola di equazione $x = y^2$, graficamente si ha:



Infine, esistono alcune funzioni, ad esempio la funzione omografica, la cui equazione canonica è $y = \frac{ax + b}{cx + d}$, che presenta una simmetria puntuale, ma non è una funzione dispari. Infatti l'omografica ha una simmetria rispetto al punto di intersezione tra il suo asintoto verticale e il suo asintoto orizzontale. Tale punto non coincide con l'origine degli assi cartesiani perché le

sue coordinate sono $\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$. Un esempio è la funzione omografica di equazione $y = \frac{2x-4}{x-1}$,

tale funzione è simmetrica rispetto al punto $P(1,2)$, il cui grafico è:



PROPRIETA' DELLE FUNZIONI SIMMETRICHE

- ❖ In generale, la somma (o la differenza) di una funzione pari e di una dispari non è né pari né dispari, ad esempio, $y = x^2 + x^3$.
- ❖ La somma di due funzioni pari è una funzione pari.
- ❖ La somma di due funzioni dispari è a sua volta dispari.
- ❖ Il prodotto (o il rapporto) di una funzione pari per una costante è pure pari.
- ❖ Il prodotto di una funzione dispari per una costante è pure dispari.
- ❖ Il prodotto di due funzioni pari è una funzione pari.
- ❖ Il prodotto di due funzioni dispari è una funzione pari.
- ❖ Il prodotto di una funzione pari e di una funzione dispari è una funzione dispari.
- ❖ La derivata di una funzione pari è dispari.
- ❖ La derivata di una funzione dispari è pari.

[Torna su](#)

[Analisi](#)

[Classe quinta](#)