

SCOMPOSIZIONE POLINOMIALE

"REGOLA DI RUFFINI"

Esercizio svolto: scomporre il polinomio $x^3 - x^2 + x - 1$

Scomporre un polinomio equivale a scriverlo come prodotto di almeno due polinomi, pertanto, la Regola di Ruffini permette, dato un polinomio dividendo di grado n indicato con $P(x)$, di determinare un binomio divisore di primo grado, indicato con $D(x)$ e un polinomio quoziente di grado $n - 1$, indicato con $Q(x)$, tale che sia verificata la seguente uguaglianza

$$\underbrace{P(x)}_{\text{dividendo di grado } n} = \underbrace{D(x)}_{\text{divisore di grado 1}} \times \underbrace{Q(x)}_{\text{quoziente di grado } n-1}$$

In questo esercizio il polinomio dato è $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$, cioè un quadrinomio di terzo grado **monico**, cioè il suo coefficiente direttivo è $+1$, inoltre, si osserva che il suo termine noto è -1 . Quindi si devono calcolare il binomio dividendo e il polinomio quoziente in modo tale che sia verificata la relazione

$$\underbrace{x^3 - x^2 + x - 1}_{\text{dividendo di terzo grado}} = \underbrace{x - a}_{\text{divisore di primo grado}} \times \underbrace{Q(x)}_{\text{quoziente di secondo grado (3-1=2)}}$$

Il valore a è il termine noto del binomio divisore, inoltre, è un numero che deve essere una radice di $P(x)$, cioè un valore che annulla il quadrinomio affinché lo si possa scomporre.

Per trovare il numero a si cercano i divisori algebrici del termine noto -1 del quadrinomio $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$, ossia ± 1 , pertanto, il numero a se esiste deve appartenere all'insieme dei divisori, quindi ha senso scrivere $a \in \{-1; +1\}$.

Si sostituiscono uno alla volta i valori suddetti al posto della variabile x nel quadrinomio e si cerca quello per cui risulti $P(x) = 0$. Quindi sostituendo il valore -1 al posto della variabile x si ottiene

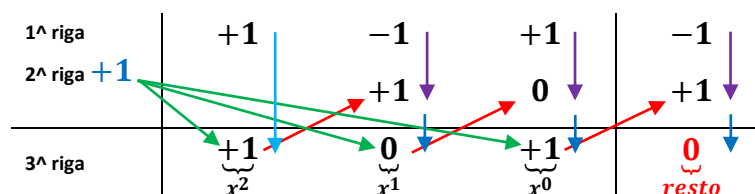
$$P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 + (-1) - 1 = -1 - 1 - 1 - 1 = -4 \neq 0 \rightarrow -1 \text{ si esclude}$$

Analogamente si prova per il divisore $+1$, pertanto, si ha

$$P(+1) = (+1)^3 - (+1)^2 + (+1) - 1 = +1 - 1 + 1 - 1 = 0 \rightarrow +1 \text{ radice del polinomio}$$

allora il quadrinomio $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ è **divisibile** per il binomio di primo grado $x - 1$.

Adesso si costruisce lo schema della Regola della divisione di Ruffini



Tutti i numeri collegati dalle frecce verdi si moltiplicano algebricamente e le frecce rosse indicano il loro prodotto, la freccia azzurra indica la trascrizione dello stesso numero, mentre i numeri collegati dalle frecce viola si sommano algebricamente e le frecce blu indicano il valore della somma.

I numeri che sono scritti nella terza riga dello schema, cioè $+1, 0$ e $+1$ indicano i coefficienti del polinomio quoziente di secondo grado nella variabile x , quindi $Q(x) = x^2 + 1$. Pertanto, la scomposizione è $x^3 - x^2 + x - 1 = (x - 1)(x^2 + 1)$.