PUNTI DI NON DERIVABILITA'

I punti di non derivabilità di una funzione $y = f(x)$ sono i punti del dominio in cui non è definita la sua derivata prima, cioè $f'(x)$ e si possono classificare nel seguente modo:

1) PUNTO ANGOLOSO
2) PUNTO DI CUSPIDE
3) PUNTO DI FLESSO A TANGENTE VERTICALE

Si ricorda che una funzione $y = f(x)$ è derivabile in un punto di ascissa x_0 appartenente al suo dominio quando è definita la seguente relazione

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Cioè quando esistono finiti ed uguali i due limiti sinistro e destro del rapporto incrementale

$$f'_+(x_0) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = l = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'_-(x_0)$$

Se non sussiste anche una delle suddette condizioni la funzione f non è derivabile nel punto di ascissa x_0 .

PUNTO ANGOLOSO

Una funzione f non è derivabile nel suo punto di ascissa x_0 e presenta ivi un punto angoloso se i due limiti destro e sinistro sono finiti, ma assumono valori diversi, cioè

$$f'_+(x_0) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = l_1 \neq l_2 = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'_-(x_0)$$

PUNTO DI CUSPIDE

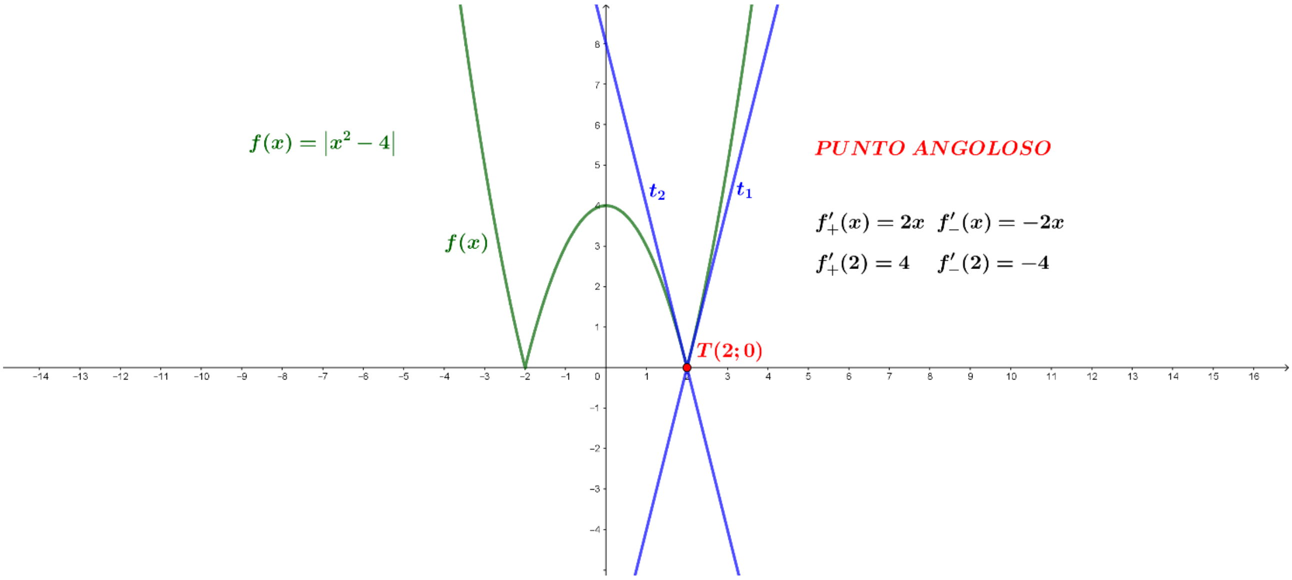
Una funzione f non è derivabile nel suo punto di ascissa x_0 e presenta ivi un punto di cuspide se i due limiti destro e sinistro sono infiniti e di segno opposto, cioè

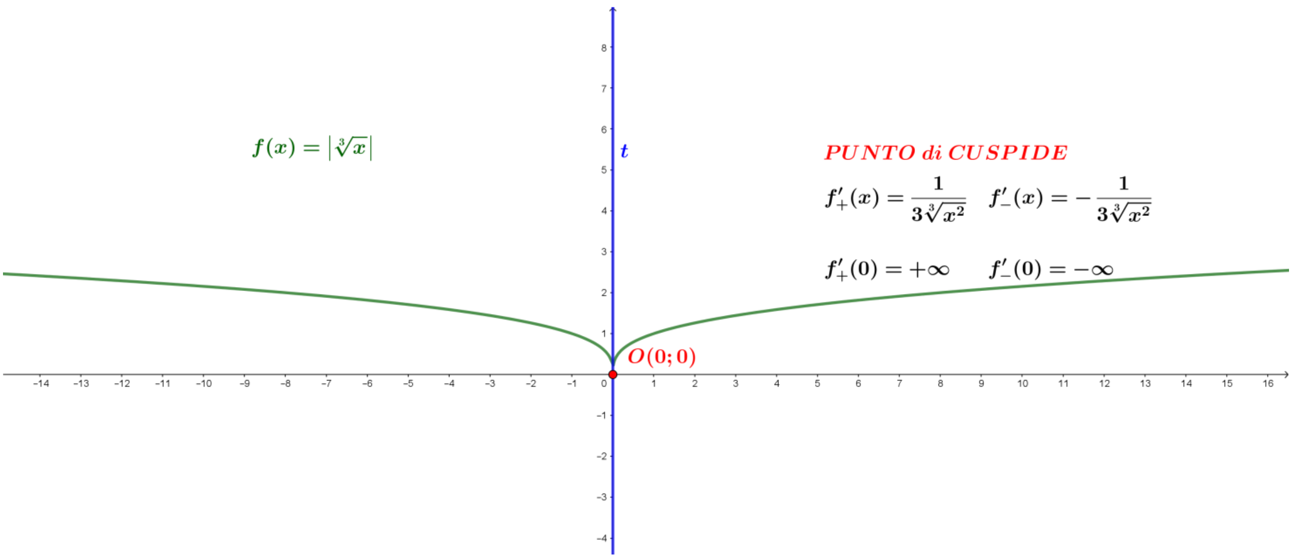
$$f'_+(x_0) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \pm\infty \neq \mp\infty = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'_-(x_0)$$

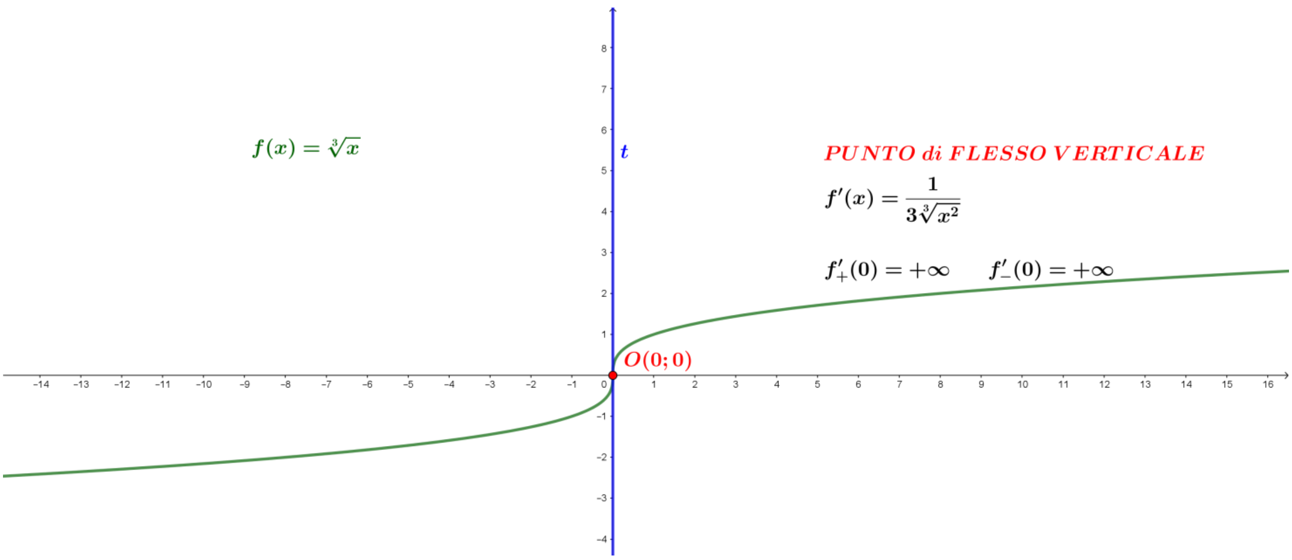
PUNTO DI FLESSO A TANGENTE VERTICALE

Una funzione f non è derivabile nel suo punto di ascissa x_0 e presenta ivi un punto di flesso a tangente verticale se i due limiti destro e sinistro sono infiniti e dello stesso segno, cioè

$$f'_+(x_0) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \pm\infty = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'_-(x_0)$$







Prof. Mauro La Barbera