***“Omotetia nel piano cartesiano”***

***Competenze****:*

* *Usare le tecniche e le procedure di calcolo aritmetico ed algebrico.*
* *Utilizzare il linguaggio e i metodi propri della matematica per organizzare e valutare adeguatamente informazioni qualitative e quantitative*

***Abilità****:*

* *Saper applicare la condizione di parallelismo e perpendicolarità tra le rette del piano.*
* *Saper determinare le equazioni dell’omotetia.*
* *Saper calcolare le misure delle figure nel piano cartesiano.*
* *Saper costruire figure nel piano cartesiano.*

***Nel piano cartesiano Oxy disegnare il triangolo*** $ABC$ ***avente per vertici i punti*** $A(1;2)$ ***,*** $B\left(7;2\right)$ ***e*** $C(7;8)$ ***. Determinare:***

1. ***il perimetro del triangolo ABC;***
2. ***l’area del triangolo ABC;***

***Dopo aver disegnare il triangolo A’B’C’ trasformato dall’omotetia di centro l’origine degli assi cartesiani e di rapporto*** $k=2$ ***applicata al triangolo ABC, determinare:***

1. ***il perimetro del triangolo A’B’C’;***
2. ***l’area del triangolo A’B’C’;***

***Svolgimento***

******

***Dalla figura si osserva che il triangolo dato è un triangolo rettangolo isoscele. Per determinare la misura del lato AB del triangolo ABC si applica la seguente formula:***

$$\overbar{AB}=\left|x\_{A}-x\_{B}\right|$$

$$\overbar{AB}=\left|1-7\right|=\left|-6\right|=6u$$

***Per determinare la misura del lato BC del triangolo ABC si applica la seguente formula:***

$$\overbar{BC}=\left|y\_{B}-y\_{C}\right|$$

$$\overbar{BC}=\left|2-8\right|=\left|-6\right|=6u$$

***Per determinare la misura del lato AC del triangolo ABC si applica la seguente formula:***

$$\overbar{AC}=\sqrt{\left(x\_{A}-x\_{C}\right)^{2}+\left(y\_{A}-y\_{C}\right)^{2}}$$

$\overbar{AC}=\sqrt{\left(1-7\right)^{2}+\left(2-8\right)^{2}}=\sqrt{36+36}=6\sqrt{2}u$ ***.***

 ***Il perimetro del triangolo è*** $ ℘\_{ABC}=\overbar{AB}+$$\overbar{BC}+\overbar{AC}$ ***cioè*** $℘\_{ABC}=6+6+6\sqrt{2}=6(2+\sqrt{2})u$ ***.***

***L’area del triangolo è*** $ A\_{ABC}=\frac{1}{2}\overbar{AB}×\overbar{BC}$ ***ossia*** $A\_{ABC}=\frac{6×6}{2}=18u^{2}.$

***Per disegnare il triangolo A’B’C’ trasformato dall’omotetia di centro l’origine degli assi cartesiani e di rapporto*** $k=2$ ***applicata al triangolo ABC, si utilizzano le seguenti equazioni:***

$$\left\{\begin{matrix}x^{'}=kx\\y^{'}=ky\end{matrix}\rightarrow \right.\left\{\begin{matrix}x^{'}=2x\\y^{'}=2y\end{matrix}\right.$$

***Pertanto il triangolo A’B’C’ omotetico al triangolo ABC ha per vertici i seguenti punti omotetici*** $A'(2;4)$ ***,*** $B'\left(14;4\right)$ ***e*** $C'(14;16)$ ***.***

******

***Gli elementi omotetici richiesti sono:***

$ ℘'\_{A^{'}B^{'}C^{'}}=k℘\_{ABC}=2℘\_{ABC}=12(2+\sqrt{2})u$ ***.***

$A'\_{A^{'}B^{'}C^{'}}=k^{2}A\_{ABC}=2^{2}A\_{ABC}=4×18=72u^{2}$ ***.***

***Osservazione:***

***Per determinare l’area di un triangolo conoscendo le coordinate dei suoi vertici si può applicare la seguente formula:***

$$A\_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\begin{matrix}x\_{A}&y\_{A}&1\\x\_{B}&y\_{B}&1\\x\_{C}&y\_{C}&1\end{matrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{matrix}1&2&1\\7&2&1\\7&8&1\end{matrix}\right|$$

***Sviluppando il determinante si ha***

$$\begin{matrix}1&2&1\\7&2&1 \\7&8&1\end{matrix} \begin{matrix} 1&2&\\7&2&\\7&8&\end{matrix}= 2+14+56-14-8-14=36$$

***Pertanto*** $A\_{ABC}=\frac{36}{2}=18u^{2}$ ***.***