***“Omotetia nel piano cartesiano”***

***Competenze****:*

* *Usare le tecniche e le procedure di calcolo aritmetico ed algebrico.*
* *Utilizzare il linguaggio e i metodi propri della matematica per organizzare e valutare adeguatamente informazioni qualitative e quantitative*

***Abilità****:*

* *Saper applicare la condizione di parallelismo e perpendicolarità tra le rette del piano.*
* *Saper determinare le equazioni dell’omotetia.*
* *Saper calcolare le misure delle figure nel piano cartesiano.*
* *Saper costruire figure nel piano cartesiano.*

***Nel piano cartesiano Oxy disegnare il quadrato*** $ABCD$ ***avente per vertici i punti*** $A(10;2)$ ***,*** $B\left(16;10\right)$ ***,*** $C(8;16)$ ***e*** $D(2;8)$***. Determinare:***

1. ***la misura del lato*** $AB$***;***
2. ***il perimetro del quadrato ABCD;***
3. ***l’area del quadrato ABCD;***
4. ***il baricentro del quadrato ABCD.***

***Dopo aver disegnare il quadrato A’B’C’D’ trasformato dall’omotetia di centro l’origine degli assi cartesiani e di rapporto*** $k=2$ ***applicata al quadrato ABCD, determinare:***

1. ***la misura del lato*** $A'B'$***;***
2. ***il perimetro del quadrato A’B’C’D’;***
3. ***l’area del quadrato A’B’C’D’;***
4. ***il baricentro del quadrato A’B’C’D’.***

***Inoltre, verificare che la retta r passante per i punti A e B e la retta s passante per A’ e B’ sono parallele.***

***Svolgimento***

******

***Per determinare la misura del lato AB del quadrato ABCD si applica la seguente formula:***

$$\overbar{AB}=\sqrt{\left(x\_{A}-x\_{B}\right)^{2}+\left(y\_{A}-y\_{B}\right)^{2}}$$

$\overbar{AB}=\sqrt{\left(10-16\right)^{2}+\left(2-10\right)^{2}}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10u$ ***.***

***Sapendo che il perimetro di un quadrato è*** $ ℘\_{ABCD}=4l=4\overbar{AB}$ ***si ha*** $℘\_{ABCD}=40u$ ***.***

***Sapendo che l’area di un quadrato è*** $ A\_{ABCD}=l^{2}=\overbar{AB}^{2}$ ***si ha*** $A\_{ABCD}=10^{2}=100u^{2}.$

***Per determinare le coordinate del baricentro del quadrato ABCD si applica la seguente formula:***

$$Q\left(\frac{x\_{A}+x\_{B}+x\_{C}+x\_{D}}{4};\frac{y\_{A}+y\_{B}+y\_{C}+y\_{D}}{4}\right)$$

$$Q\left(\frac{10+16+8+2}{4};\frac{2+10+16+8}{4}\right)\rightarrow Q\left(9;9\right)$$

***Per disegnare il quadrato A’B’C’D’ trasformato dall’omotetia di centro l’origine degli assi cartesiani e di rapporto*** $k=2$ ***applicata al quadrato ABCD, si utilizzano le seguenti equazioni:***

$$\left\{\begin{matrix}x^{'}=kx\\y^{'}=ky\end{matrix}\rightarrow \right.\left\{\begin{matrix}x^{'}=2x\\y^{'}=2y\end{matrix}\right.$$

***Pertanto il quadrato A’B’C’D’ omotetico al quadrato ABCD ha per vertici i seguenti punti omotetici*** $A'(20;4)$ ***,*** $B'\left(32;20\right)$ ***,*** $C'(16;32)$ ***e*** $D'(4;16)$***.***

******

***Gli elementi omotetici richiesti sono:***

$\overbar{A'B'}=\sqrt{\left(20-32\right)^{2}+\left(4-20\right)^{2}}=\sqrt{12^{2}+16^{2}}=\sqrt{144+256}=\sqrt{400}=20u$ ***.***

$ ℘'\_{A^{'}B^{'}C^{'}D^{'}}=k℘\_{ABCD}=2℘\_{ABCD}=80u$ ***.***

$A'\_{A^{'}B^{'}C^{'}D^{'}}=k^{2}A\_{ABCD}=2^{2}A\_{ABCD}=4×100=400u^{2}$ ***.***

$Q\left(9;9\right)\rightarrow Q^{'}\left(18;18\right)$ ***.***

***Per determinare l’equazione della retta r passante per i punti A e B si applica la formula:***

$$\frac{y-y\_{A}}{y\_{B}-y\_{A}}=\frac{x-x\_{A}}{x\_{B}-x\_{A}}$$

$$\frac{y-2}{10-2}=\frac{x-10}{16-10}\rightarrow \frac{y-2}{8}=\frac{x-10}{6}\rightarrow y-2=\frac{4}{3}\left(x-10\right)\rightarrow y=\frac{4}{3}x-\frac{40}{3}+2\rightarrow y=\frac{4}{3}x-\frac{34}{3}$$

***Analogamente si trova la retta s passante per A’ e B’***

$$\frac{y-4}{20-4}=\frac{x-20}{32-20}\rightarrow \frac{y-4}{16}=\frac{x-20}{12}\rightarrow y-4=\frac{4}{3}\left(x-20\right)\rightarrow y=\frac{4}{3}x-\frac{80}{3}+4\rightarrow y=\frac{4}{3}x-\frac{68}{3}$$

***Quindi le rette r ed s sono parallele perché hanno stesso coefficiente angolare.***

***Osservazione:***

***Per determinare l’area di un quadrato conoscendo le coordinate dei suoi vertici si può applicare la seguente formula:***

$$A\_{ABCD}=\left|\begin{matrix}x\_{A}&y\_{A}&1\\x\_{B}&y\_{B}&1\\x\_{C}&y\_{C}&1\end{matrix}\right|$$

***Sostituendo i valori delle coordinate si ottiene***

$$A\_{ABCD}=\left|\begin{matrix}10&2&1\\16&10&1\\8&16&1\end{matrix}\right|$$

***Sviluppando il determinante si ha***

$$\begin{matrix}10&2&1\\16&10&1 \\8&16&1\end{matrix} \begin{matrix} 10&2&\\16&10&\\8&16&\end{matrix}= 100+16+256-32-160-80=100$$

***Pertanto*** $A\_{ABCD}=100u^{2}$ ***.***