[**Home page**](../index.htm)

[**Goniometria**](../trigonometria.htm)

**LE FORMULE DI TRIPLICAZIONE**

**ESERCIZIO N°1**

***Calcolare il valore del seno dell’angolo*** $3α$

**Osservando che**

$$3α=2α+α$$

**si applica la seguente formula di addizione**

$$sen\left(2α+α\right)=sen2α cosα+cos2α senα$$

**Ricordando le formule di duplicazione**

$$sen2α=2senα cosα e cos2α=cos^{2}α-sen^{2}α $$

**e sostituendo si ha**

$$sen3α=2senα cosα×cosα+(cos^{2}α-sen^{2}α) senα$$

**Ossia**

$$sen3α=2senα cos^{2}α+senα cos^{2}α-sen^{3}α$$

**Cioè**

$$sen3α=3senα cos^{2}α-sen^{3}α$$

**Poiché**

$$cos^{2}α=1-sen^{2}α$$

**Sostituendo si ha**

$$sen3α=3senα (1-sen^{2}α)-sen^{3}α$$

**Cioè**

$$sen3α=3senα -3sen^{3}α-sen^{3}α$$

**Ossia**

$$sen3α=3senα -4sen^{3}α$$

**Ossia la formula di triplicazione per il seno di un angolo.**

**ESERCIZIO N°2**

***Calcolare il valore del coseno dell’angolo*** $3α$

**Osservando che**

$$3α=2α+α$$

**si applica la seguente formula di addizione**

$$cos\left(2α+α\right)=cos2α cosα-sen2α senα$$

**Ricordando le formule di duplicazione**

$$sen2α=2senα cosα e cos2α=cos^{2}α-sen^{2}α $$

**e sostituendo si ha**

$$cos3α=(cos^{2}α-sen^{2}α)cosα-2senα cosα× senα$$

**Ossia**

$$cos3α=cos^{3}α-sen^{2}α cosα-2sen^{2}α cosα$$

**Cioè**

$$cos3α=cos^{3}α-3sen^{2}α cosα$$

**Poiché**

$$sen^{2}α=1-cos^{2}α$$

**Sostituendo si ha**

$$cos3α=cos^{3}α-3(1-cos^{2}α) cosα$$

**Cioè**

$$cos3α=cos^{3}α-3cosα+3cos^{3}α$$

**Ossia**

$$cos3α=4cos^{3}α-3cosα$$

**Ossia la formula di triplicazione per il coseno di un angolo.**

**Esempi numerici**

**Se** $α=30°$**si ottiene**

$$sen\left(3×30°\right)=3sen 30° -4sen^{3}30°=3×\frac{1}{2}-4×\frac{1}{8}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1=sen 90°$$

$$cos\left(3×30°\right)=4cos^{3}30°-3cos 30° =4×\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{3}-3×\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}=0=cos 90°$$