[**Goniometria**](../trigonometria.htm)[**Equazioni goniometriche**](../Goniometria_indice_equazioni.htm)[**Home page**](../index.htm)

**ESERCIZI SVOLTI EQUAZIONI GONIOMETRICHE ELEMENTARI**

**ESERCIZIO N°1**

***Risolvere l’equazione***

$$sen x=\frac{1}{2}$$

***Graficamente nel piano goniometrico si ha***

***Pertanto, l’equazione ammette la famiglia di soluzioni***

$$x=\frac{π}{6}+2kπ$$

***Inoltre, per la relazione degli archi associati, l’equazione ammette la famiglia di soluzioni***

$$x=\frac{5}{6}π+2kπ$$

***Graficamente nel piano cartesiano si ha***

******

**ESERCIZIO N°2**

***Risolvere l’equazione***

$$cos x=\frac{1}{2}$$

***Graficamente nel piano goniometrico si ha***

***Pertanto, l’equazione ammette la famiglia di soluzioni***

$$x=\frac{π}{3}+2kπ$$

***Inoltre, per la relazione degli archi associati, l’equazione ammette la famiglia di soluzioni***

$$x=-\frac{π}{3}+2kπ (oppure x=\frac{5}{3}π+2kπ) $$

***Graficamente nel piano cartesiano si ha***

******

**ESERCIZIO N°3**

***Risolvere l’equazione***

$$tg x=\sqrt{3}$$

***Graficamente nel piano goniometrico si ha***

******

***Pertanto, l’equazione ammette la famiglia di soluzioni***

$$x=\frac{π}{3}+kπ$$

***Graficamente nel piano cartesiano si ha***

******

**ESERCIZIO N°4**

***Risolvere l’equazione***

$$ctg x=1$$

***Graficamente nel piano goniometrico si ha***

******

***Pertanto, l’equazione ammette la famiglia di soluzioni***

$$x=\frac{π}{4}+kπ$$

***Graficamente nel piano cartesiano si ha***

******

**ESERCIZIO N°5**

***Risolvere l’equazione***

$$sen 5x=sen 2x$$

***I seni sono uguali o quando lo sono gli angoli o quando uno è il supplementare dell’altro, pertanto, ha senso scrivere***

$$5x=2x+2kπ\rightarrow 5x-2x=2kπ\rightarrow 3x=2kπ\rightarrow x=\frac{2}{3}kπ$$

***e***

$$5x=π-2x+2kπ\rightarrow 5x+2x=π+2kπ\rightarrow 7x=π+2kπ\rightarrow x=\frac{π}{7}+\frac{2}{7}kπ$$

***N.B.***

$$x=\frac{π}{7}+\frac{2}{7}kπ si puo^{'}scrivere x=(2k+1)\frac{π}{7}$$

**ESERCIZIO N°6**

***Risolvere l’equazione***

$$sen \frac{x}{2}=sen 2x$$

***I seni sono uguali o quando lo sono gli angoli o quando uno è il supplementare dell’altro, pertanto, ha senso scrivere***

$$\frac{x}{2}=2x+2kπ\rightarrow \frac{x}{2}-2x=2kπ\rightarrow -\frac{3}{2}x=2kπ\rightarrow \frac{3}{2}x=-2kπ\rightarrow x=-\frac{4}{3}kπ$$

***e***

$$\frac{x}{2}=π-2x+2kπ\rightarrow \frac{x}{2}+2x=π+2kπ\rightarrow \frac{5}{2}x=π+2kπ\rightarrow x=\frac{2}{5}π+\frac{4}{5}kπ$$

***N.B.***

$$x=\frac{2}{5}π+\frac{4}{5}kπ si puo^{'}scrivere x=(2k+1)\frac{2}{5}π$$

***In gradi sessagesimali si ottiene***

$$x=-k 240° oppure x=k 240° perche^{'} kϵZ$$

$$x=\left(2k+1\right)72° oppure x=72°+k 144°$$

**ESERCIZIO N°7**

***Risolvere l’equazione***

$$cos 5x=cos 3x$$

***I coseni sono uguali o quando lo sono gli angoli o quando un angolo è l’opposto dell’altro, pertanto, ha senso scrivere***

$$5x=3x+2kπ\rightarrow 5x-3x=2kπ\rightarrow 2x=2kπ\rightarrow x=kπ$$

***e***

$$5x=-3x+2kπ\rightarrow 5x+3x=2kπ\rightarrow 8x=2kπ\rightarrow x=\frac{1}{4}kπ$$

***N.B.***

***In gradi sessagesimali si ottiene***

$$x=k 180° $$

$$x=k 45° $$

**ESERCIZIO N°8**

***Risolvere l’equazione***

$$cos (2x-30°)=cos (x+45°)$$

***I coseni sono uguali o quando lo sono gli angoli o quando un angolo è l’opposto dell’altro, pertanto, ha senso scrivere***

$$2x-30°=x+45°+k 360°\rightarrow 2x-x=30°+45°+k 360°\rightarrow x=75°+k 360°$$

***e***

$$2x-30°=-\left(x+45°\right)+k 360°\rightarrow 2x-30°=-x-45°+k 360°$$

***Ossia***

$$2x+x=30°-45°+k 360°\rightarrow 3x=-15°+k 360°\rightarrow x=-\frac{15°}{3}+k \frac{360°}{3}\rightarrow $$

***Cioè***

$$x=-5°+k 120°$$

***N.B.***

***In radianti si ottiene***

$$x=\frac{5}{12}π+2kπ e x=-\frac{1}{36}π+\frac{2}{3}kπ $$

**ESERCIZIO N°8**

***Risolvere l’equazione***

$$sen (5x-8°)=cos (-3x+18°)$$

***Ricordando che il coseno di un angolo è uguale al seno dell’angolo complementare oppure il seno di un angolo è uguale al coseno dell’angolo complementare, ossia***

$$cos x=sen (90°-x)$$

***oppure***

$$sen x=cos (90°-x)$$

***Quindi essendo vera la seguente relazione***

$$cos (-3x+18°)=sen \left[90°-(-3x+18°)\right]$$

***Cioè***

$$cos (-3x+18°)=sen \left(72°+3x\right)$$

***L’equazione data si può scrivere, ad esempio, nel seguente modo***

$$sen (5x-8°)=sen \left(72°+3x\right)$$

***I seni sono uguali o quando lo sono gli angoli o quando uno è il supplementare dell’altro, pertanto, ha senso scrivere***

$$5x-8°=72°+3x+k 360°\rightarrow 5x-3x=72°+8+k 360°$$

***Ossia***

$$2x=80°+k 360°\rightarrow x=40°+k 180°$$

***Inoltre, per quanto riguarda la seconda possibilità si ha***

$$5x-8°=180°-\left(72°+3x\right)+k 360°\rightarrow 5x-8°=180°-72°-3x+k 360°$$

***Ossia***

$$5x+3x=180°-72°+8°+k 360°\rightarrow 8x=116°+k 380°\rightarrow x=14,5°+k 45°$$

***N.B.***

$$14,5°=14° 30'$$

**ESERCIZIO N°9**

***Risolvere l’equazione***

$$sen (-x+30°)=cos (3x+60°)$$

***Ricordando che il coseno di un angolo è uguale al seno dell’angolo complementare oppure il seno di un angolo è uguale al coseno dell’angolo complementare, ossia***

$cos x=sen (90°-x)$ ***oppure*** $sen x=cos (90°-x)$

***Quindi essendo vera la seguente relazione***

$$cos (3x+60°)=sen \left[90°-(3x+60°)\right]$$

***Cioè***

$$cos (3x+60°)=sen \left(-3x+30°\right)$$

***L’equazione data si può scrivere, ad esempio, nel seguente modo***

$$sen (-x+30°)=sen \left(-3x+30°\right)$$

***I seni sono uguali o quando lo sono gli angoli o quando uno è il supplementare dell’altro, pertanto, ha senso scrivere***

$$-x+30°=-3x+30°+k 360°\rightarrow 3x-x=30°-30°+k 360°$$

***Ossia***

$$2x=k 360°\rightarrow x=k 180°$$

***Inoltre, per quanto riguarda la seconda possibilità si ha***

$$-x+30°=180°-(-3x+30°)+k 360°\rightarrow -x+30°=180°+3x-30°+k 360°$$

***Ossia***

$$-3x-x=180°-30°-30°+k 360°\rightarrow -4x=120°+k 360°\rightarrow x=-30°-k 90°$$

***Analogamente si ha***

$$sen \left(-x+30°\right)=cos \left[90°-\left(-x+30°\right)\right]=cos (x+60°)$$

***Quindi l’equazione data si può scrivere***

$$cos \left(x+60°\right)=cos (3x+60°)$$

***I coseni sono uguali o quando lo sono gli angoli o quando un angolo è l’opposto dell’altro, quindi***

$$x+60°=3x+60°+k 360°\rightarrow -2x=k 360°\rightarrow x=-k 180°$$

***Inoltre, per quanto riguarda la seconda possibilità si ha***

$$x+60°=-3x-60°+k 360°\rightarrow 4x=-120°+k 360°\rightarrow x=-30°+k 90°$$

**ESERCIZIO N°10**

***Risolvere l’equazione***

$$tg (2x-60°)=tg (x+40°)$$

***Le tangenti goniometriche sono uguali quando lo sono gli angoli, pertanto, ha senso scrivere***

$$2x-60°=x+40°+k 180°$$

***Ossia***

$$2x-x=60°+40°+k 180°\rightarrow x=100°+k 180° $$

**ESERCIZIO N°11**

***Risolvere l’equazione***

$$ctg \frac{x}{3}=ctg \frac{x}{4}$$

***Le cotangenti goniometriche sono uguali quando lo sono gli angoli, pertanto, ha senso scrivere***

$$\frac{x}{3}=\frac{x}{4}+k π$$

***Ossia***

$$\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=k π\rightarrow \frac{4x-3x}{12}=k π\rightarrow \frac{x}{12}=kπ\rightarrow x=12k π$$

**ESERCIZIO N°12**

***Risolvere l’equazione***

$$ctg \frac{5}{2}x=0$$

***L’equazione data si può scrivere***

$$ctg \frac{5}{2}x=ctg 90°$$

***Le cotangenti goniometriche sono uguali quando lo sono gli angoli, pertanto, ha senso scrivere***

$$\frac{5}{2}x=90°+k 180°\rightarrow x=\frac{2}{5}\left(90°+k 180°\right)\rightarrow x=36°+k 72°$$

**ESERCIZIO N°13**

***Risolvere l’equazione***

$$tg (9°+3x)=ctg (6x-18°)$$

***La tangente goniometrica di un angolo è uguale alla cotangente dell’angolo complementare, pertanto, ha senso scrivere***

$$tg \left(9°+3x\right)=ctg \left[90°-\left(9°+3x\right)\right]=ctg (81°-3x)$$

***Quindi l’equazione data diventa***

$$ctg \left(81°-3x\right)= ctg (6x-18°)$$

***Le cotangenti goniometriche sono uguali quando lo sono gli angoli, pertanto, ha senso scrivere***

$$81°-3x=6x-18°+k 180°$$

***Ossia***

$$-3x-6x=-81°-18°+k 180°\rightarrow -9x=-99°+k 180° \rightarrow x=11°-k 20°$$

***Analogamente si ha se si considera che la cotangente goniometrica di un angolo è uguale alla tangente dell’angolo complementare, infatti***

$$ctg \left(6x-18°\right)=tg \left[90°-\left(6x-18°\right)\right]=tg (108°-6x)$$

***Quindi l’equazione data diventa***

$$tg (9°+3x)=tg (108°-6x)$$

***Le tangenti goniometriche sono uguali quando lo sono gli angoli, pertanto, ha senso scrivere***

$$9°+3x=108°-6x+k 180°$$

***Ossia***

$$3x+6x=108°-9°+k 180°\rightarrow 9x=99°+k 180°\rightarrow x=11°+k 20°$$

***Esempio di verifica delle soluzioni***

***Se*** $k=1$ ***allora considerata la famiglia delle soluzioni*** $x=11°-k 20°$ ***si ottiene*** $x=-9$***°***

***Se*** $k=1$ ***allora considerata la famiglia delle soluzioni*** $x=11°+k 20°$ ***si ottiene*** $x=31$***°***

***Se*** $k=-1$ ***allora considerata la famiglia delle soluzioni*** $x=11°-k 20°$ ***si ottiene*** $x=31$***°***

***Se*** $k=-1$ ***allora considerata la famiglia delle soluzioni*** $x=11°+k 20°$ ***si ottiene*** $x=-9$***°***

***A due a due si ottengono le stesse soluzioni.***