

Radicali***Esercizi svolti*****1) Calcolare la seguente somma algebrica di radicali:**

$$4\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{a} - 5\sqrt{a} + 6\sqrt{b} =$$

Si possono sommare i radicali simili, cioè quando hanno lo stesso indice e lo stesso radicando, pertanto, sommando algebricamente i coefficienti dei radicali simili, si ottiene:

$$= 2\sqrt{a} + 8\sqrt{b}$$

2) Ridurre allo stesso indice i seguenti radicali:

$$\sqrt{a} \quad ; \quad \sqrt[3]{b^2} \quad .$$

Si trova il minimo comune multiplo degli indici, cioè 6, si divide questo numero per l'indice 2 del primo radicale e si moltiplica il risultato 3 per l'esponente del radicando a , che diventa a^3 , analogamente si procede per il secondo radicale, pertanto si ha:

$$\sqrt[6]{a^3} \quad ; \quad \sqrt[6]{b^4} \quad .$$

3) Moltiplicare i seguenti radicali:

$$\sqrt{2a} \times \sqrt{3b} =$$

Il prodotto di due radicali aventi lo stesso indice è un radicale del medesimo indice, avente per radicando il prodotto dei radicandi, cioè si ottiene:

$$= \sqrt{6ab}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt[3]{5} =$$

In questo caso poiché i radicali non hanno lo stesso indice, prima è necessario ridurli allo stesso indice e poi eseguire la moltiplicazione, cioè:

$$= \sqrt[6]{2^3} \times \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{2^3 \times 5^2} = \sqrt[6]{8 \times 25} = \sqrt[6]{200}$$

4) Dividere i seguenti radicali:

$$\sqrt[3]{12} : \sqrt[3]{2} =$$

Il quoziente di due radicali aventi lo stesso indice è un radicale del medesimo indice, avente per radicando il quoziente dei radicandi, cioè si ottiene:

$$= \sqrt[3]{12 : 2} = \sqrt[3]{6}$$

$$\sqrt[3]{a} : \sqrt[4]{a} =$$

In questo caso poiché i radicali non hanno lo stesso indice, prima è necessario ridurli allo stesso indice e poi eseguire la divisione, cioè:

$$= \sqrt[12]{a^4} : \sqrt[12]{a^3} = \sqrt[12]{a^4 : a^3} = \sqrt[12]{a^{4-3}} = \sqrt[12]{a^1} = \sqrt[12]{a}$$

5) Semplificare i seguenti radicali:

$$\sqrt{a^8 b^6} =$$

Il radicale per definizione è una potenza ad esponente frazionario, quindi la base a ha per esponente una frazione, il cui numeratore è l'esponente 8, mentre il denominatore è l'indice 2 della radice, analogamente si ha per la base b , la quale ha ad esponente la frazione $\frac{6}{2}$ pertanto, il radicale dato si può scrivere nel seguente modo:

$$= a^{\frac{8}{2}} b^{\frac{6}{2}} \text{ semplificando le frazioni, si ottiene } a^4 b^3.$$

$$\sqrt[9]{a^6 b^3} =$$

$$= a^{\frac{6}{9}} b^{\frac{3}{9}} = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a^2 b^1} = \sqrt[3]{a^2 b}$$

$$\sqrt[15]{a^{10} b^{20}} =$$

$$= a^{\frac{10}{15}} b^{\frac{20}{15}} = a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{a^2 b^4}$$

$$\sqrt[14]{a^{21} b^7} =$$

$$= a^{\frac{21}{14}} b^{\frac{7}{14}} = a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a^3 b}$$

6) Portare i possibili fattori fuori dal segno di radice dei seguenti radicali:

$$\sqrt[3]{a^5 b^7} =$$

Si esegue la divisione tra gli esponenti dei fattori che formano il radicando e l'indice della radice, pertanto per il fattore a^5 si ottiene:

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)3} \\ 2 \end{array}$$

il quoziente 1 indica quanti fattori a escono fuori dal segno di radice, mentre il resto 2

indica quanti fattori a rimangono dentro il segno di radice, per il fattore b^7 , si ottiene:

$$\begin{array}{r} 7 \overline{)3} \\ 1 \end{array}$$

il quoziente 2 indica quanti fattori b escono fuori dal segno di radice, mentre il resto 1

indica che rimane una sola b dentro il segno di radice, cioè:

$$= a^1 b^2 \sqrt[3]{a^2 b^1} = ab^2 \sqrt[3]{a^2 b}$$

$$\sqrt{a^9 b^6} =$$

$$= a^4 b^3 \sqrt{a^1 b^0} = a^4 b^3 \sqrt{a}$$

$$\sqrt{4a^3} =$$

$$= \sqrt{2^2 a^3} = 2a\sqrt{a}$$

7) Portare i fattori dentro il segno di radice dei seguenti radicali:
$a^3 \sqrt{a} =$ Si moltiplica l'esponente 3 del fattore a^3 per l'indice 2 della radice e il prodotto lo si addiziona all'esponente del radicando, cioè: $= \sqrt{a^{2 \times 3 + 1}} = \sqrt{a^{6+1}} = \sqrt{a^7}$
$a^2 b^3 \sqrt[3]{a^2 b} =$ $= \sqrt[3]{a^8 b^4}$

8) Razionalizzare i denominatori dei seguenti radicali:
$\frac{2}{\sqrt{6}} =$ Si moltiplica sia il numeratore che il denominatore della frazione per $\sqrt{6}$, pertanto, si ottiene: $= \frac{2 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{36}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$
$\frac{14}{\sqrt{7}} = \frac{14\sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{14\sqrt{7}}{7} = 2\sqrt{7}$

9) Razionalizzare il denominatore del seguente radicale:
$\frac{15}{\sqrt[3]{5}} =$ Si osserva che l'indice della radice è 3, mentre l'esponente del radicando è 1, quindi si moltiplica sia il numeratore che il denominatore della frazione per $\sqrt[3]{5^2}$ (l'esponente 2 della base 5 è dato dalla sottrazione tra 3 e 1), pertanto, si ottiene: $= \frac{15 \times \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5^2}} = \frac{15 \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5 \times 5^2}} = \frac{15 \sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{15 \sqrt[3]{25}}{5} = 3 \sqrt[3]{25}$

10) Razionalizzare il denominatore dato dalla somma di due radicali:
$\frac{11}{\sqrt{13} + \sqrt{2}} =$ Per razionalizzare il denominatore bisogna applicare la seguente regola dei prodotti notevoli "La somma di due monomi per la loro differenza è uguale alla differenza dei

quadrati dei monomi”, cioè $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Quindi moltiplicando sia il denominatore che il numeratore per il complementare $\sqrt{13} - \sqrt{2}$ si ottiene:

$$= \frac{11(\sqrt{13} - \sqrt{2})}{(\sqrt{13} + \sqrt{2})(\sqrt{13} - \sqrt{2})} = \frac{11(\sqrt{13} - \sqrt{2})}{\sqrt{13^2 - 2^2}} = \frac{11(\sqrt{13} - \sqrt{2})}{13 - 2} = \frac{11(\sqrt{13} - \sqrt{2})}{11} = \sqrt{13} - \sqrt{2}$$

11) Razionalizzare il denominatore dato dalla differenza di due radicali:

$$\frac{4}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} =$$

Per razionalizzare il denominatore bisogna applicare la seguente regola dei prodotti notevoli “La somma di due monomi per la loro differenza è uguale alla differenza dei quadrati dei monomi”, cioè $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Quindi moltiplicando sia il denominatore che il numeratore per il complementare $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ si ottiene:

$$= \frac{4(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} + \sqrt{5})} = \frac{4(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{\sqrt{7^2 - 5^2}} = \frac{4(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{7 - 5} = \frac{4(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{2} = 2(\sqrt{7} + \sqrt{5})$$